Olimpiada la Matematică, faza pe şcoală, clasa a XI-a, 3h/săpt.
An şcolar: 2009/2010

I) (3p)

1) Să se determine $x \in R$, ştiind că: $\begin{pmatrix} 1 & 2+x \\ x & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 & 6 \\ 4 & 5 \end{pmatrix}$

2) Să se rezolve în R ecuația: $x \cdot \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 1 \end{vmatrix} - x^2 = -6$.

3) Se consideră triunghiul ABC, cu vârfurile: A(1;1), B(2;m), C(4;0).

a) Să se scrie ecuația dreptei AC.

b) Pentru care valori reale ale lui m, $B \in AC$?

c) Pentru m = - 3, calculați aria triunghiului ABC.

II) (3p)

1) Calculați limita: $\lim\limits_{x \to 2} \dfrac{x^2-4}{x^3-8}$.

2) Să se calculeze limita: $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{2^x-1}{x+x^2}$.

3) Să se determine parametrul real m, pentru care funcția:

$\begin{cases} f: R \to R \\ f(x) = \begin{cases} 3x^2 - mx + 3, x \le -1 \\ mx^2 + 2mx + 7, x > -1 \end{cases} \end{cases}$, să aibă limită în $x_0 = -1$.

III)(3p)

1) Se consideră funcția f: $(0;\infty) \to R$, f(x) = $\dfrac{x^2-a}{x-1}$.

a) Găsiți $a \in R$, astfel încât f să nu admită asimptotă verticală, în x = 1.

b) Pentru a = 0, determinați ecuația asimptotei spre $+\infty$.

2) Să se determine asimptotele funcției f:$(-\infty;-1) \cup (1;\infty) \to R$ f(x) = $\dfrac{x}{\sqrt{x^2-1}}$.

3) Determinați : $a, b \in R$, astfel încât funcția: $\begin{cases} f: (-\infty;0) \to R \\ f(x) = \dfrac{ax^2 - bx + 1}{x} \end{cases}$, să admită asimptota oblică, spre $-\infty$, dreapta de ecuație: y = 2x + 1

Prof. Mătrescu Maria